

## 1 Introduction

Toute mesure d'une grandeur physique est affectée d'une erreur (due à une précision limitée de l'appareil, ou à une erreur humaine). Ainsi, lors de la mesure d'une température, d'une longueur, d'une vitesse, ..., la mesure n'est jamais exacte et elle est associée à une **incertitude**.

On adopte les notations suivantes : supposons que l'on souhaite mesurer une grandeur physique  $G$ . Si le résultat de la mesure donne une quantité  $G_{\text{mes}}$  avec une incertitude que l'on note  $\Delta G$ , alors la valeur exacte  $G$  de la quantité se trouve dans l'intervalle  $[G_{\text{mes}} - \Delta G, G_{\text{mes}} + \Delta G]$  et on note

$$G = G_{\text{mes}} \pm \Delta G.$$

### Définition (Incertitude absolue et relative)

Avec les notations précédentes :

- on appelle **incertitude absolue** la quantité  $\Delta G$ ,
- on appelle **incertitude relative** la quantité  $\frac{\Delta G}{G_{\text{mes}}}$ .

**Exemple.** A l'aide d'une règle graduée, vous ne pouvez pas connaître la mesure **exacte** du trait ci-dessous - cependant, vous pouvez en donner une **mesure** et une **incertitude** associée.

---

En effet, en notant  $L$  la longueur du trait, on a

$$L = 89 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}.$$

L'incertitude absolue  $\Delta L$  est de 1 mm et l'incertitude relative vaut  $\frac{\Delta L}{L_{\text{mes}}} = \frac{1}{89} \simeq 1.1\%$  (le pourcentage est très faible : cela signifie qu'on ne s'est pas "beaucoup trompé" sur la mesure).

## 2 Formules d'incertitude absolue

### 2.1 Le cas d'une fonction d'une variable

Supposons qu'une grandeur physique  $G$  dépend d'une variable  $x$  via une fonction  $f$ , c'est à dire

$$G = f(x).$$

Imaginons que l'on mesure  $x$  avec une incertitude absolue  $\Delta x$ , de sorte que

$$x = x_{\text{mes}} \pm \Delta x.$$

Alors, l'incertitude absolue  $\Delta G$  est donnée par

$$\Delta G = |f'(x_{\text{mes}})| \times \Delta x$$

et le résultat de la mesure s'écrit

$$G = f(x_{\text{mes}}) \pm \Delta G.$$

**Exemple.** On essaie de mesurer le volume  $V$  d'un cube dont chaque arête a une longueur  $L$  (en mètres). Le volume  $V$  est ainsi donné par  $V = f(L) = L^3$ . On a mesuré  $L = 2 \text{ m} \pm 0.5 \text{ m}$ .

Quelle est l'incertitude absolue et relative sur le volume du cube ?

## 2.2 Le cas d'une fonction de deux variables

Supposons qu'une grandeur physique  $G$  dépend de deux variables  $x$  et  $y$  via une fonction  $f$ , c'est à dire

$$G = f(x, y).$$

Imaginons que l'on mesure  $x$  avec une incertitude absolue  $\Delta x$ , et on mesure  $y$  avec une incertitude absolue  $\Delta y$ , c'est à dire

$$x = x_{\text{mes}} \pm \Delta x \quad \text{et} \quad y = y_{\text{mes}} \pm \Delta y.$$

Alors, l'incertitude absolue  $\Delta G$  est donnée par

$$\Delta G = \left| \frac{\partial f}{\partial x}(x_{\text{mes}}, y_{\text{mes}}) \right| \times \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y}(x_{\text{mes}}, y_{\text{mes}}) \right| \times \Delta y$$

et le résultat de la mesure s'écrit

$$G = f(x_{\text{mes}}, y_{\text{mes}}) \pm \Delta G.$$

♣ Faire l'exercice 1 ♣