CHAPITRE 6

Généralités sur les suites numériques

Notation | *Ensembles d'entiers*

- On note $\mathbb{N}$ ____
- On note $\mathbb{N}^*$ ____

1 Définition et modes de génération d'une suite

1.1 Notion de suite numérique

Vous avez sans doute déjà répondu à ce type d'énigme suivant :

Exemple 1 — Compléter les suites logiques en donnant les trois prochains termes :

- 3, 5, 7, 9, 11, 13, ___, ___, ___, etc...
- 1, 2, 4, 8, 16, ___, ___, ___, etc...
- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ___, ___, ___, etc...
- $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8},$ ___, ___, ___, etc...

Le but du cours est de donner une définition formelle à ce type d'« enchaînement logique ».

Mathématiquement parlant, ____

Définition 1 | *Suite réelle*

Une **suite réelle** est ______________________________

____

On dit que :

- ______________________________
- ______________________________

Attention

Il est important de ne pas confondre :

- ______________________________

  ____
- ______________________________

  ____

Remarque 1.1 — Il arrive parfois que ______________________________

____

____

Exemple 2 — Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 1$. On a :

$$\begin{cases} u_0 = \\ u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \\ u_4 = \end{cases}$$

La suite (u_n) est ici la suite constituée des entiers ________________.

Exemple 3 — Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{1}{n}$. On a :

$$\begin{cases} u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \\ u_4 = \end{cases}$$

La suite (u_n) est ici la suite constituée des ______________________________.

1.2 Suite définie explicitement

Définition 2 | *Suite définie explicitement*

On dit qu'une suite est définie **explicitement** si ________________________________

____

____

Autrement dit, ____

____

Exemple 4 — Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ la suite définie par $u_n = n^2 + 3$. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.

$$\text{On a : } \begin{cases} u_0 = \\ u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \end{cases}$$

De la même façon, il est facile de calculer u_n pour de très grandes valeurs de n. Par exemple, on a

$$u_{100} =$$

1.3 Suite définie par récurrence

Définition 3 | *Suite définie par récurrence*

On dit qu'une suite (u_n) est définie **de manière récursive** si ________________________________

____

____

Exemple 5 — Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n. \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \\ u_4 = \end{cases}$$

Exemple 6 — Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 6 \end{cases}$

On a : $\begin{cases} u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \end{cases}$

Remarque. Dans le cas d'une suite définie par récurrence, ______________________________

____

____

____

1.4 Représentation graphique des termes d'une suite

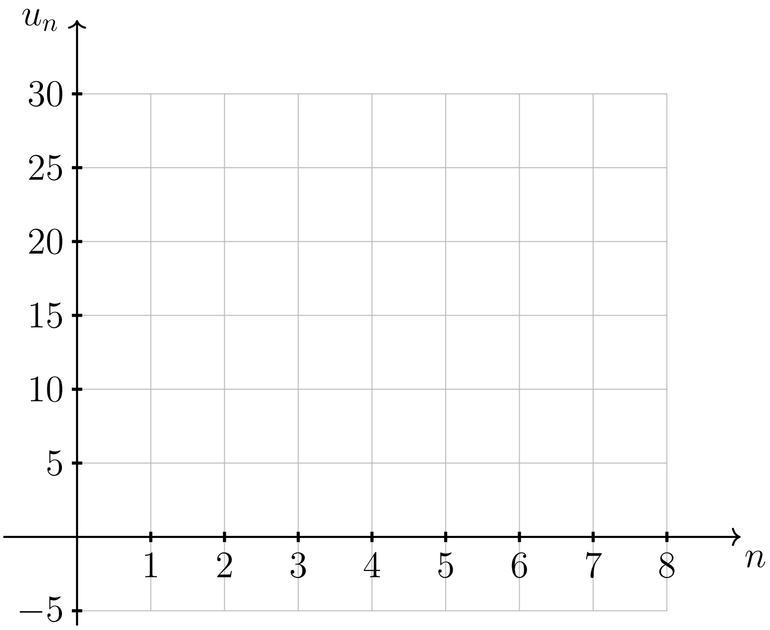
Dans un repère, la **représentation graphique** des termes d'une suite (u_n) est l'ensemble des points de coordonnées (n, u_n) lorsque n parcourt l'ensemble des entiers naturels.

Exemple 7 — Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par

$$u_n = \frac{n^2}{2} - 3$$

Complétez le tableau de valeurs suivant, et donnez une représentation graphique de la suite.

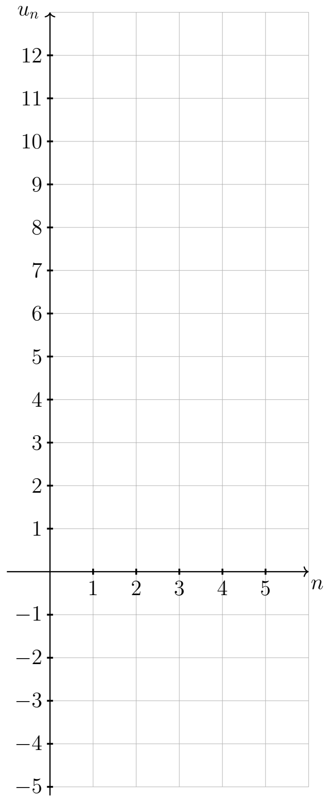
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n									



Exemple 8 — Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4 - 2u_n. \end{cases}$$

Représenter graphiquement les 6 premiers termes de cette suite.



1.5 Exemple d'algorithme permettant d'obtenir les termes d'une suite

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 6 \end{cases}$

But : ______________________________

____

<u>**Algorithme en langage naturel**</u>	<u>**Algorithme en Python**</u>

Par exemple, l'instruction **suite(13)** en Python renvoie la valeur 67108866.

Remarque. Il est aussi possible de programmer ce type d'algorithmes sur des calculatrices standars.

Sur TI :

```
PROGRAM : SUITE
: Input "N=?",N
: 3→u
: For(I,1,N)
: 4*u–6→u
: End
: Disp u
```

```
PrgmSUITE
N=?13
          67108866
          Fait
```

Sur Casio :

```
======SUITE======
?→N↵
3→u↵
For 1→I To N↵
4*u–6→u↵
Next↵
u◢
```

```
 ?
 13
   67108866
   -Disp-
```

2 Sens de variation d'une suite

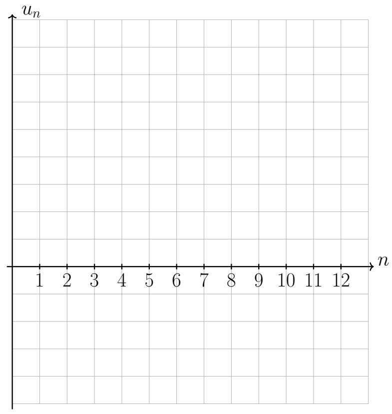
2.1 Suites croissantes

Définition 4 | *Suite croissante*

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite. ________________________________

____

____



Remarque 2.1 — La suite (u_n) est **strictement** croissante si, pour tout entier naturel n,

Méthode

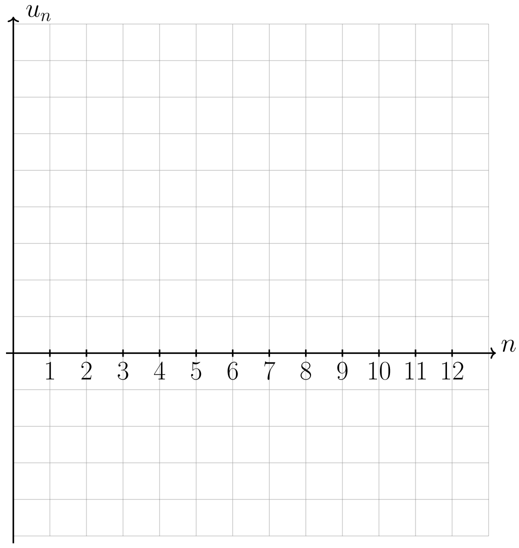
Comment montrer qu'une suite (u_n) est croissante ?

____

____

Exemple 9 — Montrer que la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 1$ est croissante.

2.2 Suites décroissantes



Définition 5 | *Suite décroissante*

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite. ______________________

____

____

Remarque 2.2 — La suite (u_n) est **strictement** décroissante si, pour tout entier naturel n,

Méthode

Comment montrer qu'une suite (u_n) est décroissante ?

____

____

Exemple 10 — Montrer que la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ est décroissante.

Définition 6 | *Suite monotone*

____

____

Attention

Il existe des suites qui ne sont pas monotones ! Par exemple, la suite définie sur $\mathbb{N}$ par

$$u_n =$$