CHAPITRE 3

Polynômes de degré deux (partie I)

1 Introduction générale

Définition 1

On appelle *polynôme de degré deux* (ou *polynôme du second degré*) toute fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\boxed{P(x) = \qquad\qquad\qquad}$$

où a, b et c sont trois réels avec $\boxed{\qquad\qquad}$

Exemple 1 — Les fonctions P, Q et R définies sur $\mathbb{R}$ par

$$P(x) = \qquad\qquad Q(x) = \qquad\qquad \text{et} \quad R(x) =$$

sont des polynômes de degré deux.

Dans cette première partie du cours sur les polynômes, nous allons cibler notre étude sur les polynômes du type

$$x \mapsto ax^2 \qquad \text{et} \quad x \mapsto ax^2 + b$$

où a et b sont deux réels avec $a \neq 0$.

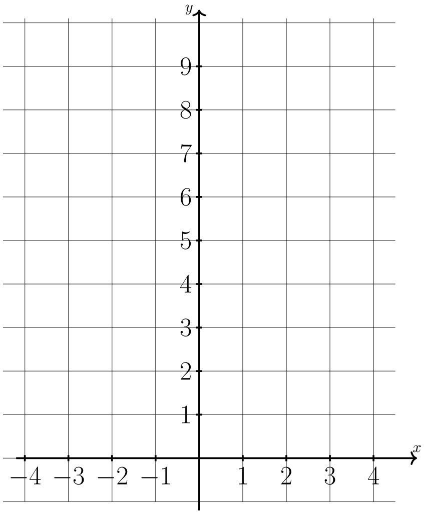
2 Polynômes du type $x \mapsto ax^2$

2.1 Deux exemples

Traitons deux exemples particuliers avant de généraliser.

Exemple 2 — Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2$. Complétez le tableau de valeurs suivant, et tracez le graphe de f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									



Observations :

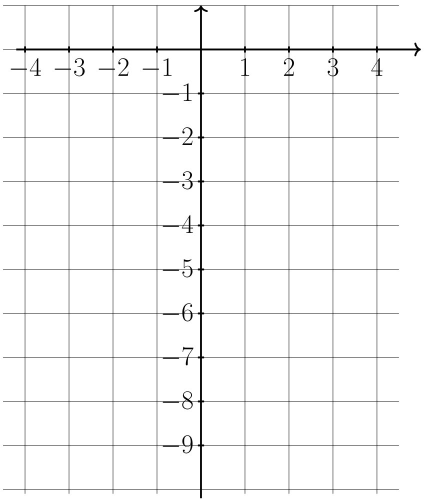
- Le graphe de la fonction f est une

  dont le sommet est le point de coordonnées
- Un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_f$ est
- La fonction f est strictement décroissante sur

  et strictement croissante sur

Exemple 3 — Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2$. Complétez le tableau de valeurs suivant, et tracez le graphe de f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									



Observations :

- Le graphe de la fonction f est une

  dont le sommet est le point de coordonnées
- Un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_f$ est
- La fonction f est strictement décroissante sur

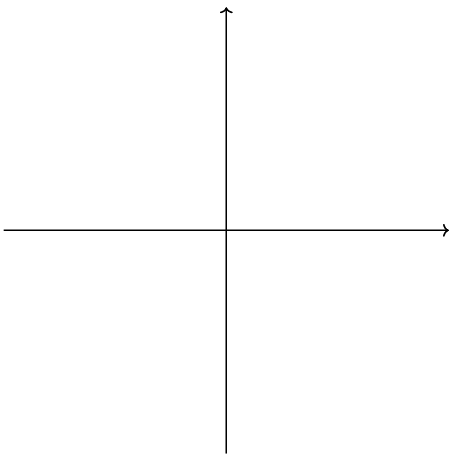
  et strictement croissante sur

2.2 Cas général

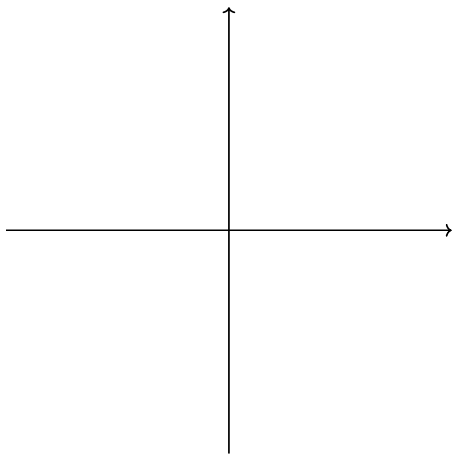
Proposition 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2$, avec $a \neq 0$.

- Le graphe de f est une ________ de sommet ________
- ________ est un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_f$.
- Si $a > 0$, ____
- Si $a < 0$, ____



Cas où $a > 0$



Cas où $a < 0$

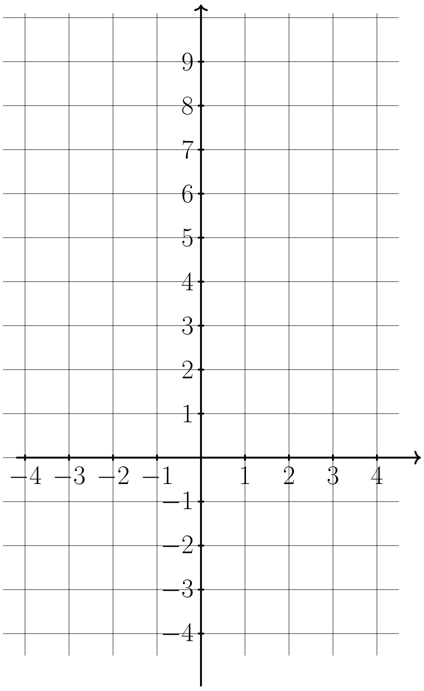
3 Polynômes du type $x \mapsto ax^2 + b$

3.1 Deux exemples

Traitons deux exemples particuliers avant de généraliser.

Exemple 4 — Soient $f : x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ et $g : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 3$. Complétez le tableau de valeurs suivant, et tracez le graphe de f et g :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									
$g(x)$									



Observations :

- Le graphe de la fonction g est une

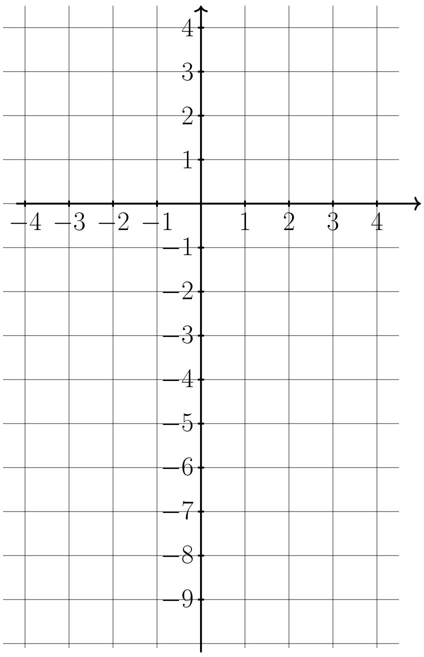
  dont le sommet est le point de coordonnées
- Un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_g$ est
- La fonction g est strictement décroissante sur

  et strictement croissante sur
- $\mathcal{C}_g$ s'obtient à partir de $\mathcal{C}_f$ via une translation de vecteur

■

■ **Exemple 5** — Soient $f : x \mapsto -x^2$ et $g : x \mapsto -x^2 + 4$. Complétez le tableau de valeurs suivant, et tracez le graphe de f et g :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									
$g(x)$									



Observations :

- Le graphe de la fonction g est une

  dont le sommet est le point de coordonnées
- Un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_g$ est
- La fonction g est strictement décroissante sur

  et strictement croissante sur
- $\mathcal{C}_g$ s'obtient à partir de $\mathcal{C}_f$ via une translation de vecteur

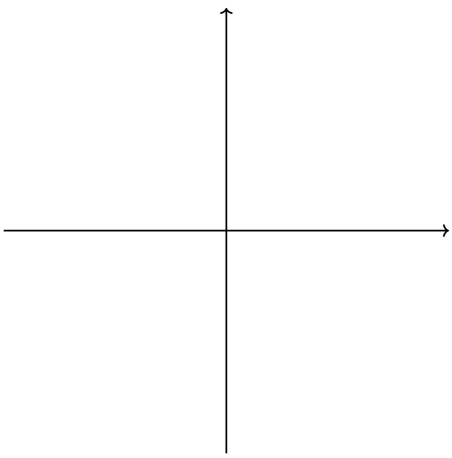
■

3.2 Cas général

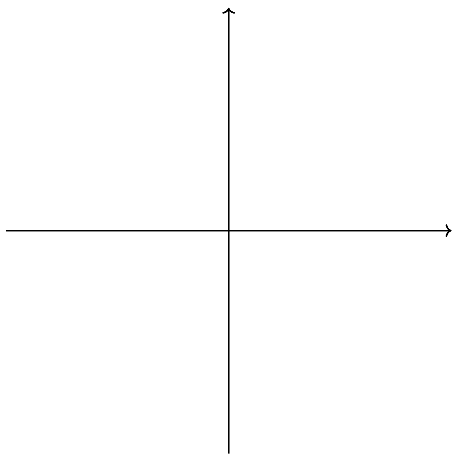
Proposition 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + b$, avec $a \neq 0$ et b un réel.

- Le graphe de f est une ______ de sommet ______
- ______ est un axe de symétrie pour $\mathcal{C}_f$.
- ______
- ______



Cas où $a > 0$



Cas où $a < 0$

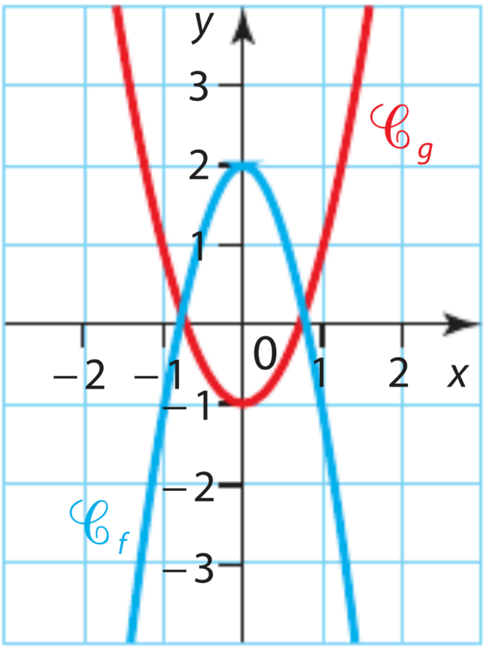
3.3 Retrouver l'expression d'un polynôme grâce à la parabole

Méthode

Soit $(\mathcal{P})$ une parabole tel que l'axe des ordonnées est un axe de symétrie pour $(\mathcal{P})$.

- ______
- ______
- ______

■ **Exemple 6** — Déterminer l'expression de chacune des fonctions f et g représentées ci-dessous.



■

Pour la fonction f :

Pour la fonction g :