CHAPITRE 7

Suites arithmétiques & suites géométriques.

1 Suites arithmétiques

1.1 Définition

Définition 1 | *Suite arithmétique*

On dit qu'une suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est **arithmétique** si ______________________________

____

$$\boxed{u_{n+1} = \qquad\qquad}$$

____

Autrement dit, ____

____

$$\begin{tikzcd}
u_0 \arrow[r, bend left] & u_1 \arrow[r, bend left] & u_2 \arrow[r, bend left] & u_3 \arrow[r, bend left] & \cdots \arrow[r, bend left] & u_n \arrow[r, bend left] & u_{n+1}
\end{tikzcd}$$

■ **Remarque 1.1 — (Différences successives constantes)** Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r,

■ **Exemple 1 —** La suite : 2 ; 6 ; 10 ; 14 ; 18 ; 22; etc ... ______________________________

____

■ **Exemple 2 —** Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$

Alors, ____

____

■ **Exemple 3 —** Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison 5.

Alors,

■ **Exemple 4 —** Soit un compte sur lequel, en 2019, il y a 200 euros. On dépose chaque année 50 euros. On note $(C_n)_{n\geqslant 0}$ le capital de l'année $2019+n$.

Alors, ____

____

____

Méthode

Comment peut-on montrer qu'une suite (u_n) définie explicitement est arithmétique ?

____

____

____

■ **Exemple 5 —** Montrer que la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n+1$ est arithmétique. Préciser sa raison.

Méthode

Comment peut-on montrer qu'une suite (u_n) $\boxed{\text{N'EST PAS}}$ arithmétique ?

____

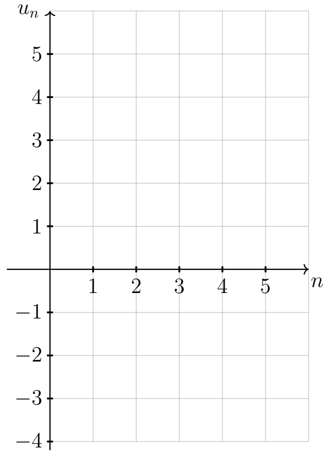
____

____

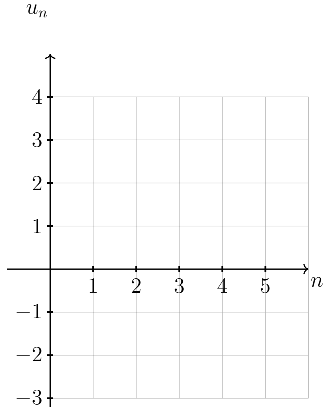
■ **Exemple 6 —** La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2+1$ est-elle arithmétique ?

1.2 Représentation graphique d'une suite arithmétique

Exemple 7 — Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$



Exemple 8 — Représenter graphiquement les 6 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 1 \end{cases}$



C'est un fait général : les points de la représentation graphique d'une suite **arithmétique** de raison r sont $\boxed{}$

Cas $\boxed{r > 0}$

Cas $\boxed{r < 0}$

1.3 Variations d'une suite arithmétique

Proposition 1

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite arithmétique de premier terme u_0 et raison r.

- ______________________
- ______________________
- ______________________

Preuve

Exemple 9 — Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = u_n + 6 \end{cases}$

Alors,

2 Suites géométriques

Définition 2 | *Suite géométrique*

On dit qu'une suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est **géométrique** si ______________________

____

$$\boxed{u_{n+1} = \qquad\qquad}$$

____

Autrement dit, ______________________

____

$$\begin{tikzcd} u_0 \arrow[r, bend left] & u_1 \arrow[r, bend left] & u_2 \arrow[r, bend left] & u_3 \arrow[r, bend left] & \cdots \arrow[r, bend left] & u_n \arrow[r, bend left] & u_{n+1} \end{tikzcd}$$

■ **Remarque 2.1 — (Rapports successifs constants)** Si (u_n) est une suite géométrique de raison q,

■ **Exemple 10 —** La suite 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ... ______________________________

____

■ **Exemple 11 —** Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$

Alors,

■ **Exemple 12 —** Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}$

Alors,

■ **Exemple 13 —** Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 8$.

Alors,

Beaucoup d'exercices sur les suites géométriques utilisent une modélisation via l'utilisation de pourcentages. Soyez à l'aise !

Méthode

Autour des pourcentages. Soit x un nombre réel.

- Augmenter une quantité de $x\%$, c'est la multiplier par :

  Par exemple, augmenter une quantité de 21%, c'est la multiplier par
- Diminuer une quantité de $x\%$, c'est la multiplier par :

  Par exemple, diminuer une quantité de 3%, c'est la multiplier par

■ **Exemple 14 —** ***Début du BAC STL BIO 2019.*** Julie achète un bambou dont la taille augmente de 35 % chaque année. On note h_n la taille du bambou obtenue n années après l'achat, sachant que la hauteur initiale du bambou vaut $0,6$ m.

1. Donner la valeur de h_0, puis calculer h_1.
2. Pour un entier naturel n, exprimer h_{n+1} en fonction de h_n.

Méthode

Comment peut-on montrer qu'une suite (u_n) définie explicitement est géométrique ?

■ **Exemple 15 —** Montrer que la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 7 \times 3^n$ est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

Méthode

Comment peut-on montrer qu'une suite (u_n) N'EST PAS géométrique ?

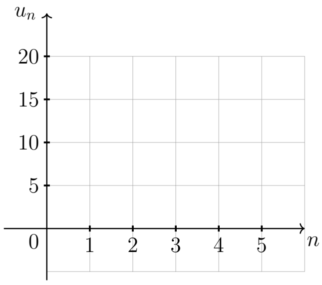
■ **Exemple 16 —** La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 1$ est-elle géométrique ?

2.1 Représentation graphique d'une suite géométrique

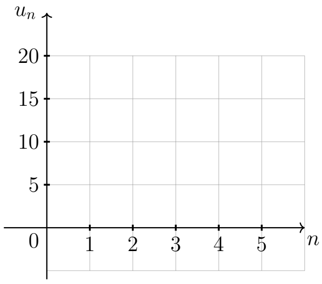
■ **Remarque 2.2 —** Dans toute la suite, on supposera que (u_n) est une suite géométrique :

- ____
- ____

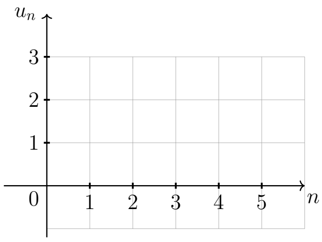
■ **Exemple 17 —** Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$



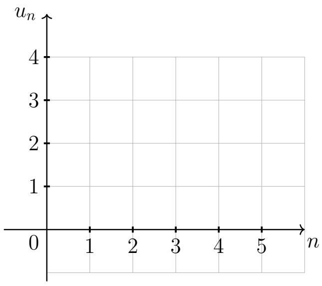
■ **Exemple 18 —** Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 1,3u_n \end{cases}$



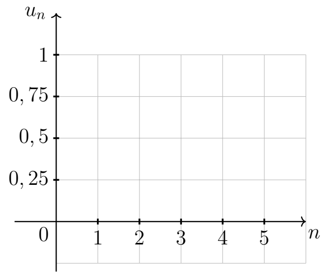
■ **Exemple 19 —** Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n \end{cases}$



■ **Exemple 20 —** Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 0.8u_n \end{cases}$



■ **Exemple 21 —** Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0.25u_n \end{cases}$

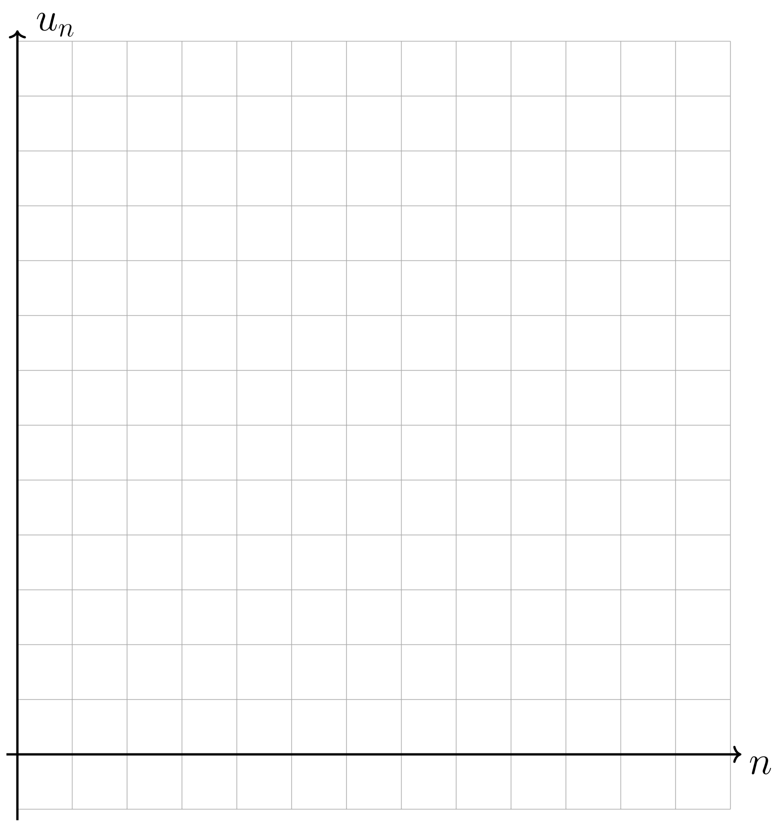


2.2 Variations d'une suite géométrique

Proposition 2

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 > 0$ et raison $q > 0$.

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________



Exemple 22 — Etudier les variations de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0.8 \\ u_{n+1} = 1,08u_n \end{cases}$

Exemple 23 — Etudier les variations de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 50 \\ u_{n+1} = 0,995u_n \end{cases}$