CHAPITRE 1

Les ensembles de nombres

1 Entiers naturels

Définition 1 | *Ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels*

On appelle nombre entier **naturel** ....

....

On note ....

Les nombres entiers naturels sont les nombres avec lesquels on compte depuis l'enfance.

Remarque — ....

....

Exemple 1 —

- Le nombre 3 appartient à l'ensemble des entiers naturels.
  Mathématiquement, cette phrase se note :

  ....

- En revanche, le nombre -8 n'appartient pas à l'ensemble des entiers naturels.
  Mathématiquement, cette phrase se note :

  ....

Notation | *Ensemble* $\mathbb{N}^*$

On note ....

....

Exercice 1 Complétez avec le symbole $\in$ ou bien avec le symbole $\notin$ au niveau des pointillés :

$2 \ldots\ldots \mathbb{N}$ $0 \ldots\ldots \mathbb{N}$ $-9 \ldots\ldots \mathbb{N}$ $3,6 \ldots\ldots \mathbb{N}^*$ $6 \ldots\ldots \mathbb{N}^*$ $0 \ldots\ldots \mathbb{N}^*$

2 Entiers relatifs

Définition 2 | *Ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs*

On appelle nombre entier **relatif** ....

....

On note ....

■ **Remarque —** Par définition, tout entier naturel est un entier relatif. On dit que ....

....

....

Illustration graphique :

■ **Remarque —** L'affirmation : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$ est-elle vraie ? Pourquoi ?

....

....

....

....

Notation | *Ensemble $\mathbb{Z}^*$*

On note ....

....

■ **Exercice 2** Complétez avec le symbole $\in$ ou bien avec le symbole $\notin$ au niveau des pointillés :

$-7 \ldots\ldots \mathbb{Z}$ $-7 \ldots\ldots \mathbb{N}$ $3 \ldots\ldots \mathbb{Z}$ $-3 \ldots\ldots \mathbb{N}$ $0,78 \ldots\ldots \mathbb{Z}$ $0,78 \ldots\ldots \mathbb{N}$

3 Nombres décimaux

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Définition 3 | *Ensemble $\mathbb{D}$ des nombres décimaux*

Un nombre N est dit **décimal** lorsqu'il peut s'écrire sous la forme

. . . .

où . . . .

On note . . . .

Exemple 2 — On a :

$$0,12 = \underline{\qquad\quad} = \underline{\qquad\quad}$$

donc le nombre $0,12$ s'écrit sous la forme $\dfrac{a}{10^k}$ avec $a =$ . . . . . . et $k =$ . . . . . .

Exemple 3 — On a :

$$-3,789 = \underline{\qquad\qquad\quad} = \underline{\qquad\qquad}$$

donc le nombre $3,789$ s'écrit sous la forme $\dfrac{a}{10^k}$ avec $a =$ . . . . et $k =$ . . . .

Exercice 3 Montrer que chacun des nombres suivants est un nombre décimal en vertu de la définition donnée

$3,345$	$-1,000\ 076$	7

Exercice 4 Expliquer pourquoi les nombres $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{3}{25}$ sont des nombres décimaux en vertu de la définition donnée.

■ **Remarque —** Tout entier relatif est un nombre décimal. En effet, ...

....

....

....

On a ainsi l'enchaînement d'inclusions suivant : **Illustration graphique**

■ **Remarque —** ....

....

....

....

■ **Remarque —** L'écriture décimale de certaines fractions est à connaître :

$\frac{1}{5} =$	$\frac{1}{4} =$	$\frac{1}{2} =$	$\frac{3}{4} =$

4 Nombres rationnels

4.1 Définition

Définition 4 | *Ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels*

Un nombre N est dit **rationnel** lorsqu'il peut s'écrire sous la forme

....

où ....

- ....
  ....
- ....
  ....

On note ....

■ **Exemple 4 —** Donnez 3 exemples de nombres rationnels :

■ **Exemple 5 —** Tout nombre décimal est un nombre rationnel. En effet, ...

....

....

....

On a ainsi l'enchaînement d'inclusions suivant : **Illustration graphique**

■ **Remarque —** L'écriture décimale d'un nombre rationnel est ....

....

Par exemple, nous avons :

$$\frac{1}{3} \simeq 0,\underbrace{3333333333333333333333333...}$$

$$\frac{7}{11} \simeq 0,\underbrace{6363636363636363...}$$

$$\frac{17}{13} \simeq 1,\underbrace{3076293076293076293076 29...}$$

■ **Remarque —** L'affirmation : $\mathbb{Q} \subset \mathbb{D}$ est-elle vraie ? Pourquoi ?

....

....

....

....

5 Nombres irrationnels

Définition 5 | *Nombres irrationnels*

L'ensemble des nombres irrationnels ....

....

....

....

....

Exemple 6 — ....

....

....

....

....

On pourra aussi retenir la proposition suivante (que l'on admet) :

Proposition 1 | *Irrationalité de $\sqrt{n}$*

....

....

....

Par exemple, ...

....

Remarque — Un nombre irrationnel a une partie décimale ....

....

Par exemple, nous avons :

$$\sqrt{2} \simeq 1,\underbrace{41421356237309504880168872420 9...}$$

$$\pi \simeq 3,\underbrace{14159265358979323846 2...}$$

6 Nombres réels

6.1 Définition

Définition 6 | *Ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels*

L'ensemble des nombres réels, ...

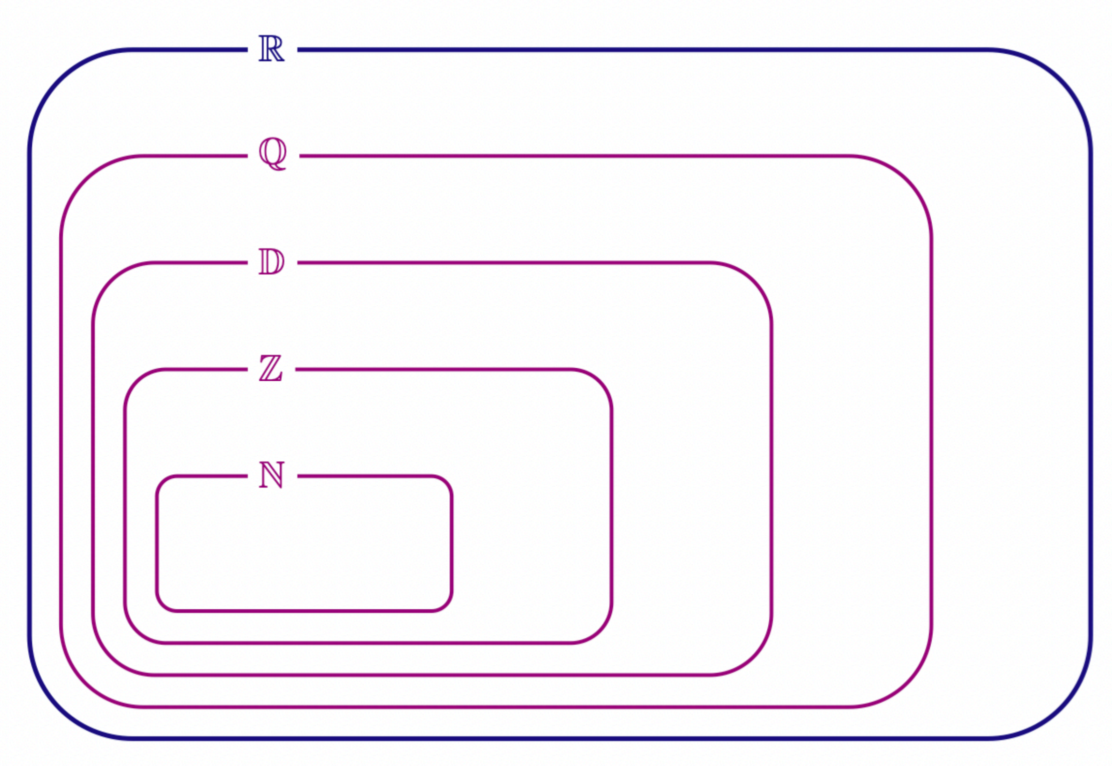
....

....

....

....

....



Remarque — ....

....

7 Autres notations ensemblistes

① **[Ensembles privés de zéro]** A l'instar de $\mathbb{N}^*$ et $\mathbb{Z}^*$, on note :

- ....

  ....

- ....

  ....

- ....

  ....

② **[Positifs et négatifs]** ....

....

....

....

....

8 Révisions : règles et opérations sur les fractions

8.1 Egalité de fractions

Proposition 2 | *Simplifications*

Soit a un nombre réel. On a :

$$\frac{a}{1} = \ \ldots\ldots \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{a} = \ \ldots\ldots \quad \text{si} \quad a \neq 0.$$

De plus, si b et k sont deux nombres réels non-nuls, on a :

$$\frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Exemple 7 — Simplifiez les écritures suivantes :

$\frac{\pi}{1}$	$\frac{-7}{-7}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{2\pi}{3\pi}$

8.2 Addition et soustraction de fractions

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions, il est nécessaire que le dénominateur des deux fraction soit ....

Proposition 3 | *Addition et soustractions*

Soient a et b deux nombres réels. Soit c un nombre réel non-nul. On a :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$$

De plus, si d est un nombre réel non-nul, on a :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} =$$

Exemple 8 — Exprimer sous forme de fraction simplifiée :

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} =$	$3 - \frac{11}{12} =$

Exercice 5 Calculer sous forme de fraction irréductible :

$$\frac{8}{3} + \frac{17}{18} - \frac{4}{9} =$$

8.3 Multiplication de fractions

Pour multiplier deux fractions entre elles, on multiplie respectivement ....

....

Proposition 4 | *Multiplication de fractions*

Soient a, b, c, d quatre réels avec c et d non-nuls. On a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \underline{\qquad\qquad}$$

En particulier, on a :

$$a \times \frac{b}{c} = \underline{\qquad\qquad}$$

En outre, on a (si b est non-nul) :

$$-\frac{a}{b} =$$

Il est bon d'essayer de ....

....

Exemple 9 — Calculer sous forme de fraction irréductible :

$\frac{7}{4} \times \frac{3}{9} =$	$\frac{3}{8} \times \frac{7}{6} \times \frac{9}{22} =$	$\frac{7}{4} \times \frac{5}{8} \times 6 =$

8.4 Division de fractions

Rappel : si a et b sont deux réels non-nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est la fraction qui multipliée par $\frac{a}{b}$ donne 1 comme produit. Ainsi, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est ......

Proposition 5 | *Division de fractions*

Soient a un nombre réel. Soient b, c et d trois nombres réels non-nuls. On a :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} =$$

On pourra retenir d'adage suivant : ....

....

Exemple 10 — Calculer sous forme de fraction irréductible :

$\dfrac{\frac{13}{3}}{\frac{26}{9}} =$

$\dfrac{2}{\frac{3}{4}} =$

8.5 Priorités de calcul

On rappelle ci-dessous les règles de priorités dans un enchaînement de calculs.

Proposition 6 | *Règles de calcul*

Dans un calcul comportant plusieurs opérations, on doit :

① s'occuper d'abord des ....

② puis effectuer les ....

③ puis effectuer les .... et les ....

④ Enfin, on termine avec les .... et les ....

Exemple 11 — Calculer : $\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{3}\right) \times \dfrac{1}{4} + 3.$

CHAPITRE 2

Développement et factorisation

1 Carré d'un nombre réel

1.1 Carré d'un nombre

Définition 1 | *Carré d'un nombre*

Le carré d'un nombre réel a ....

Remarque — Si $a > 0$, le nombre a^2 est l'aire d'un *carré* de côté a.

Il est important de connaître les quelques carrés « remarquables » suivants :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2																

Remarque — Soit $x \in \mathbb{R}$. Comment se simplifie $(-x)^2$? Pourquoi ?

....

....

Exemple 1 — Que vaut $(-5)^2$? A-t-on $(-5)^2 = -5^2$?

....

....

1.2 Carré d'un produit et d'un quotient

Proposition 1

Soient a et b deux nombres réels. On a :

$$(ab)^2 = \qquad\qquad \text{et} \qquad\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{\quad}{\quad} \quad (\text{si } b \neq 0)$$

Preuve

Exemple 2 — Soit x un nombre réel. On a

$(4x)^2 =$ .... et $9x^2 =$ ....

Exemple 3 — On a : $\left(\frac{7}{9}\right)^2 =$ et $\left(-\frac{3}{11}\right)^2 =$

Exemple 4 — Si x est un nombre réel, on a : $\left(\frac{5}{6}x\right)^2 =$

2 Rappels sur les transformations d'écriture

2.1 Développement

....

....

....

Proposition 2 | *Distributivité*

Soient a, b et k trois nombres réels. On a

$\boxed{\qquad\qquad}$ et $\boxed{\qquad\qquad}$

Remarque — ....

....

....

....

....

Cas particulier : si a et b sont deux nombres réels, on a

$$-(a+b) = \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \text{et} \qquad -(a-b) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exemple 5 — Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} 2(x+3) &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Exemple 6 — Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} -7(x-3) &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Proposition 3 | *Double distributivité*

Soient a, b, c et d quatre réels. On a

....

Preuve

Exemple 7 — Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} (2x+3)(x+7) &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Exemple 8 — Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} (3x-4)(2x-1) &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Exercice 1 Soit x un nombres réel. Développer chacune des expressions suivantes :

- $6(2-x) =$
- $3x(x+4) =$
- $(7-3x)(x+2) =$
- $3-(2x+1)(4x+3) =$

2.2 Factorisation

. . . .

. . . .

. . . .

Proposition 4 | *Factorisation*

Soient a, b et k trois nombres réels. On a

et

On pourra retenir le diagramme suivant :

Une factorisation peut s'effectuer à l'aide de la reconnaissance d'un ....

Exemple 9 — Soit x un nombre réel. Factoriser chacune des expressions suivantes :

$$A = (x-1)(3+x) + 2(x-1)$$
$$B = x^2 - 7x$$
$$C = (2-5x)^2 - (2-5x)(1+x)$$
$$D = 5(1-2x) - (4+3x)(2x-1)$$
$$E = (x+1)(x+3) + (2x+2)(x+4)$$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3 Identités remarquables

3.1 Identités remarquables vues au collège

Proposition 5 | ♥ *Identité remarquable n° 1* ♥

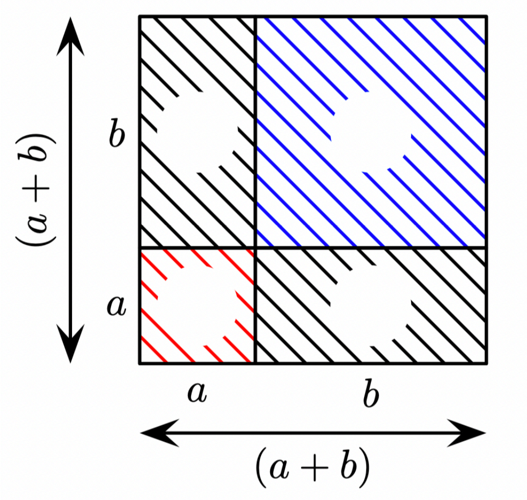
Soient a et b deux nombres réels. On a :

....

Preuve

Remarque — ....

....



$(a{+}b)^2 =$

Exemple 10 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer chacune des expressions suivantes :

- $(x+3)^2 =$

- $(2x+5)^2 =$

- $\left(\frac{x}{2}+4\right)^2 =$

Exemple 11 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser chacune des expressions suivantes :

- $x^2+2x+1=$
- $4x^2+4x+1=$
- $\frac{x^2}{9}+\frac{2x}{3}+1=$

Proposition 6 | ♥ *Identité remarquable n° 2* ♥

Soient a et b deux nombres réels. On a :

....

Preuve

Exemple 12 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer chacune des expressions suivantes :

- $(x-7)^2 =$
- $(6x-1)^2 =$
- $\left(\frac{1}{2}x - 15\right)^2 =$

Exemple 13 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser chacune des expressions suivantes :

- $x^2 - 2x + 1 =$
- $x^2 - 6x + 9 =$
- $(3x+1)(x-4) + x^2 - 8x + 16 =$

Proposition 7 | ♥ *Identité remarquable n° 3* ♥

Soient a et b deux nombres réels. On a :

. . . .

Preuve

Exemple 14 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer *rapidement* chacune des expressions suivantes :

- $(x-1)(x+1) =$
- $(3x-5)(3x+5) =$
- $\left(\frac{8}{7}x-2\right)\left(\frac{8}{7}x+2\right) =$

Exemple 15 — Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser chacune des expressions suivantes :

- $x^2-25 =$
- $x^2-36 =$
- $25x^2-49 =$
- $(2x+5)^2-(4x-2)^2 =$
- $(3x-1)(2x+3)-(9x^2-1) =$

- Calculer $51^2 - 49^2$ sans calculatrice.

3.2 Récapitulatif

Les trois identités remarquables à connaître et à savoir utiliser « dans les deux sens » sont les suivantes :

Proposition 8 | *Identités remarquables*

Soient a et b deux nombres réels. On a :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

CHAPITRE 3

Puissances d'un nombre réel

1 Puissance à exposant positif

....

....

....

Définition 1 | *Puissance à exposant positif*

Soit a un nombre réel et n un entier naturel non-nul.

Le nombre a^n, qui se lit : « .... »
ou encore « .... », est le nombre :

$$a^n =$$

Remarque —

- Si a est un nombre réel, on a plus simplement : $a^1 = \ldots$
- Si a est un nombre réel non nul, on pose *par convention* : $a^0 = \ldots$
- ....

Exemple 1 — Calculer les nombres suivants :

$2^4 =$	$(-3)^3 =$	$5^3 =$	$(-3)^4 =$
$(-15)^0 =$	$8^1 =$	$1^5 =$	$0^4 =$

Remarque — Si p est un entier naturel non nul, on a plus simplement :

$$0^p = \ldots \qquad \text{et} \qquad 1^p = \ldots$$

2 Puissance à exposant négatif

Définition 2 | *Puissance à exposant négatif*

Soit a un nombre réel non nul. On pose :

$$a^{-1} = \ldots\ldots , \qquad a^{-2} = \ldots\ldots , \qquad a^{-3} = \ldots\ldots , \text{ etc...}$$

Plus généralement, si n est un entier naturel strictement positif, on appelle « .... » le nombre noté a^{-n} défini par :

$$a^{-n} = \frac{\qquad}{\qquad} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Remarque — En particulier, $a^{-1} = \frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\qquad}{\qquad}$ ....

Exemple 2 — Calculez les nombres suivants :

$2^{-4} =$	$(-3)^{-3} =$	$1^{-10} =$	$5^{-1} =$

3 Règles de calcul

Exemple 3 — Tentez d'écrire sous la forme **d'une seule puissance** les nombres suivants :

$2,85^3 \times 2,85^2 =$

$\dfrac{3^7}{3^5} =$

$(5^2)^3 =$

$(2^3) \times (5^3) =$

$\dfrac{3^4}{5^4} =$

On généralise sans difficulté les exemples précédents :

Proposition 1 | ♥♥ *Règles de calculs sur les puissances* ♥♥

Soient a et b deux nombres réels non-nuls. Soient n et p deux entiers relatifs.

$a^n \times a^p = \ ....$ **Exemple :**

$\dfrac{a^n}{a^p} = \ ....$ **Exemple :**

$(a^n)^p = \ ....$ **Exemple :**

$a^n \times b^n = \ ....$ **Exemple :**

$\dfrac{a^n}{b^n} = \ ....$ **Exemple :**

■ **Exercice 1** Simplifier :

1) $4^{-5} \times 4^3 =$ **2)** $5^{-4} \times 5^{-3} =$ **3)** $1{,}68^4 \times 1{,}68^{-3} =$ **4)** $3{,}14^4 \times 3{,}14 =$

5) $\dfrac{7^{-5}}{7^3} =$ **6)** $\dfrac{8^{-4}}{8^{-3}} =$ **7)** $\dfrac{\pi^4}{\pi^{-3}} =$ **8)** $\dfrac{\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}^5} =$

9) $\left(3^6\right)^{-4} =$ **10)** $\left(5^{-4}\right)^6 =$ **11)** $\left(7^{-2}\right)^{-3} =$ **12)** $\left(2^2\right)^7 =$

13) $3^6 \times 7^6 =$ **14)** $5^{-4} \times 2^{-4} =$ **15)** $2^7 \times 11^7 \times 5^7 =$ **16)** $3^{14} \times 4^7 =$

17) $\dfrac{7^6}{5^6} =$ **18)** $\dfrac{8^{-5}}{2^{-5}} =$ **19)** $\dfrac{2^{-4}}{6^{-4}} =$ **20)** $\dfrac{10^8}{25^4} =$

Ci-dessous quelques exercices à travailler dans votre cahier d'exercices :

■ **Exercice 2** Ecrire sous la forme **d'une seule puissance** les nombres suivants :

① $A = 7^3 \times 7^{-4} \times (7^2)^{-3}$

② $B = \dfrac{x^4 \times x^{-1}}{(x^3)^2}$ où x est un réel non nul.

③ $C = \dfrac{x^{n+2}}{(x^n)^2} \times \dfrac{1}{x^{-n} \times x^3}$ où x est un réel non nul et n un entier.

④ $D = \dfrac{3^{-10} \times 9^2}{3^5}$

⑤ $E = \dfrac{\left(5^{-5}\right)^3}{\left((5^2)^3\right)^4}$

■ **Exercice 3** Simplifier au maximum l'expression suivante : $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{25} \times \left(\dfrac{4}{3}\right)^{24}$

■ **Exercice 4** Montrer que le nombre $A = \dfrac{2^7 \times 5^{-5} \times 3^{10}}{5^{-7} \times 2^5 \times 3^7}$ est un entier naturel.

⚠ Attention

....

....

■ **Exemple 4 —** Calculer $2^2 + 2^3$ et comparer le résultat à 2^5. Conclusion ?

....

....

....

4 Cas des puissances de 10

4.1 Rappels de collège

Proposition 2 | *Puissances de 10 et nombre de zéros*

Si n est un entier naturel non nul, on a :

$10^n =$ et $10^{-n} =$

Exemple 5 — On a :

$10^2 =$	$10^5 =$	$10^{-1} =$	$10^{-4} =$

Exercice 5 ***A faire sur votre cahier.*** Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 :

$I = 1000^7 \times 0,01^{10}$; $J = \dfrac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}$; $K = \dfrac{(0,001)^3(10000)^5}{(0,01)^{-4}}$; $L = \dfrac{(0,0001)^{-4}(10000)^5(-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$

4.2 Ecriture scientifique

Proposition 3 | *Ecriture scientifique*

Un nombre est écrit sous **forme scientifique** si ....

....

....

....

Remarque — Si n est un entier naturel non-nul,

- Multiplier un nombre par 10^n revient à ....

  ....

- Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à ....

  ....

Exemple 6 — Déterminer l'écriture scientifique des nombres ci-dessous :

Nombre	Notation scientifique de ce nombre
123	
458978	
$0,124$	
-548	
$3,14$	
25×10^3	

CHAPITRE 4

Racines carrées : rappels et compléments

1 Définition

Définition 1 | *Racine carrée*

Soit a un nombre réel **positif**. On appelle **racine carrée** de a . . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Remarque — . . . .

Exemple 1 — On a :

$$3,2^2 = \ldots\ldots\ldots \text{ et } \ldots\ldots\ldots \quad \text{donc} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Il est important de connaître au quelques racines carrées « remarquables » :

x	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
$\sqrt{x}$																

Remarque — Peut-on, par exemple, calculer $\sqrt{-5}$? Pourquoi ?

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

■ **Exercice 1** Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier !

1 — Il existe un nombre réel x tel que $\sqrt{x} = -4$

. . . .

. . . .

2 — Il existe un nombre réel x tel que $\sqrt{x} = 4$.

. . . .

. . . .

3 — Il existe un nombre réel x tel que $\sqrt{-x} = 4$.

. . . .

. . . .

4 — On a : $(\sqrt{-3})^2 = -3$

. . . .

. . . .

5 — On a : $\sqrt{(-3)^2} = -3$

. . . .

. . . .

6 — Quel que soit le nombre réel x, $(\sqrt{x})^2 = x$.

. . . .

. . . .

7 — Quel que soit le nombre réel positif ou nul x, $(\sqrt{x})^2 = x$.

. . . .

. . . .

8 — Quel que soit le nombre réel x, $\sqrt{x^2} = x$.

. . . .

. . . .

9 — Il existe un nombre réel x tel que $\sqrt{x} = -x$.

. . . .

. . . .

2 Propriétés sur les racines carrées

La racine carrée possède des propriétés qui sont *compatibles* avec le produit et le quotient.

2.1 Racine carrée d'un produit

Proposition 1 | *Racine carrée d'un produit*

Soient a et b deux nombres réels positifs. On a :

....

Preuve

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exemple 2 — On a

$$\begin{aligned}\sqrt{25\times 64} &= \sqrt{}\times\sqrt{}\\ &= \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots\\ &= \ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{\times}\\ &= \sqrt{}\times\sqrt{}\\ &= \ldots\ldots\ldots\times\sqrt{}\end{aligned}$$

Remarque — Si a est un nombre réel positif, que vaut $\sqrt{a^2}$? Pourquoi ?

....

....

....

....

Attention

En général, $\boxed{\text{ON N'A PAS}}$: ....

Par exemple, on a :

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{} = \quad = \text{.........} \qquad \text{tandis que} \qquad \sqrt{16}+\sqrt{9} = \text{.........}+\text{.........} = \text{.........}$$

2.2 Racine carrée d'un quotient

Proposition 2 | *Racine carrée d'un quotient*

Soient a et b deux nombres réels positifs avec $b \neq 0$ On a :

Preuve

....

....

....

....

....

....

....

....

Exemple 3 — Simplifier chacune des écritures suivantes :

$A = \sqrt{\dfrac{36}{121}}$

$B = \sqrt{\dfrac{16}{49}}$

3 Transformations d'écriture

3.1 Extraire un carré parfait

Exemple 4 — Ecrire le nombre $A = \sqrt{45}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers avec b le plus petit possible.

$A = \sqrt{45}$
$A = \sqrt{\quad \times \quad}$ *on fait apparaître dans 45 un carré parfait, à savoir 9*
$A = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad}$ *on utilise la propriété $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$*
$A =$ .... $\times \sqrt{\quad}$ *on simplifie la racine du carré parfait*

....

....

Exercice 2 Ecrire le nombre $A = \sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers avec b le plus petit possible.

Remarque — Pour que b soit le plus petit possible, ...

....

3.2 Ecrire une fraction sans racines au dénominateur

....

....

OBJECTIF : ....

....

....

Méthode

Lorsque le dénominateur de la fraction possède $\sqrt{a}$ comme facteur, ...

....

■ **Exemple 5 —** Ecrire les nombres $A = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ et $B = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ sans racine carrée au dénominateur.

Certaines racines sont plus compliquées à « retirer » du dénominateur. On doit alors utiliser les *quantités conjuguées* des expressions du dénominateur.

Définition 2 | *Quantité conjuguée*

Soient a, b et c trois nombres réels avec $c > 0$.

La **quantité conjuguée** du nombre $a + b\sqrt{c}$ est le nombre : ....

La quantité conjuguée d'une expression contenant des racines s'obtient simplement en changeant ...

....

■ **Exemple 6 —** Donner la quantité conjuguée de : $3,7 + 2\sqrt{5}$ puis celle de : $4 - 3\sqrt{7}$ et celle de $\sqrt{2} - 3$.

....

....

....

Méthode

Si le dénominateur est une somme dont les termes contiennent une racine carrée, ...

....

....

....

....

■ **Exemple 7 —** Ecrire les nombres $A = \dfrac{3}{2+\sqrt{3}}$ et $B = \dfrac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ sans racine carrée au dénominateur.

CHAPITRE 5

Equations

1 Rappels sur les égalités et les équations

1.1 Egalités

Définition 1 | *Egalité*

Soient a et b deux nombres réels.

- ....
....
....
....

- ....
....
....
....

Exemple 1 — ....

Rappelons des règles de calcul sur les égalités, qui seront à la base de la résolution des équations.

1.2 Equivalences et règles de calcul

Proposition 1 | *Règles de calcul (Additions et soustractions)*

Soient a, b et c trois nombres réels.

① ....
....
....

$a = b$ équivaut à .... , ce que l'on notera :

② ....
....
....

$a = b$ équivaut à .... , ce que l'on notera :

En particulier : ....

Proposition 2 | *Règles de calcul (Multiplication et division)*

③ . . . .

. . . .

. . . .

Soit c un réel non nul.

- $a = b$ équivaut à . . . . , ce que l'on notera :
- $a = b$ équivaut à . . . . , ce que l'on notera :

En particulier : . . . .

. . . .

. . . .

■ **Exercice 1** ***A faire sur votre cahier*** En utilisant les règles sur les égalités, isoler dans chacune des expressions suivantes la variable demandée.

1 — Soit a un nombre réel. Isoler a dans l'égalité : $a + 7 = 2$.

2 — Soit b un nombre réel. Isoler a dans l'égalité : $3b = 5$.

3 — Soit c un nombre réel. Isoler c dans l'égalité : $3c + 5 = c + 11$.

4 — Soient x et y deux nombres réels tels que $x + 2y = 0$. Exprimer y en fonction de x.

5 — Soient x et y deux nombres réels tels que $2x + 3y = 7$.

(a) Exprimer x en fonction de y.

(b) Exprimer y en fonction de x.

1.3 Equations

Définition 2 | *Equation*

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions dépendant d'un nombre réel x. Soit F un ensemble de nombres.

- . . . .

  . . . .

  . . . .

  . . . .
- . . . .

  . . . .

■ **Exemple 2** — Notons (E) l'équation : $x^2 = 4x$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

- ....
....
....

- ....
....
....

OBJECTIF DU COURS : ....
....

2 Equations du premier degré à une inconnue

2.1 Définition

Définition 3 | *Equations du type* $ax + b = c$

....
....
....
....

■ **Exemple 3** — ....
....

2.2 Méthode de résolution

Méthode

Comment résoudre une équation du type $ax + b = c$?

....
....

■ **Exemple 4** — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $2x + 1 = 7$.

....
....
....
....
....

■ **Exercice 2** ***A faire sur votre cahier*** Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

(a) $2x+7=0$; **(b)** $3x+4=11$; **(c)** $2x=11$; **(d)** $\dfrac{x}{3}-5=2$; **(e)** $4x+1=2x+7$

(f) $x+3x=4x+1$; **(g)** $5(2x-1)+2=6-(2x-1)$; **(h)** $3(2x+4)-2x=14-2(1-2x)$

3 Equation « produit nul »

Proposition 3 | *Equation produit nul*

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions dépendantes d'une variable réelle x.

....

En français : ....

....

....

■ **Exemple 5 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $(x+1)(2x+3)=0$.

....

....

....

....

....

....

■ **Exemple 6 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x(2x-1)(-3x+7)=0$.

....

....

....

....

....

....

....

Il arrive parfois que l'on doive $\boxed{\text{factoriser}}$ une expression afin de résoudre l'équation mise en jeu.

Exemple 7 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $5x^2 - 3x = 0$

....

....

....

....

....

....

....

Exemple 8 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 = 4x$

....

....

....

....

....

....

....

Exemple 9 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $2(x+3) + (4-12x)(x+3) = 0$

....

....

....

....

....

....

....

4 Equation du type « $X^2 = k$ »

Proposition 4

Soit k un nombre réel. Considérons l'équation

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

d'inconnue $X \in \mathbb{R}$.

- ....

  ....

- ....

  ....

- ....

  ....

  ....

Preuve

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exemple 10 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations :

(a) $(E_1)\ :\ x^2 = 9$

(b) $(E_2)\ :\ x^2 = 0$

(c) $(E_3)\ :\ x^2 = -7$

(a) $(E_4)\ :\ x^2 = 8$

(b) $(E_5)\ :\ 2x^2 = 5$

(c) $(E_6)\ :\ 2x^2 = x^2 - 7$

Exemple 11 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E)\ :\ (2x+1)^2 = 16$

....

....

....

....

....

....

Exemple 12 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E)\ :\ (3x-7)^2 = 0$

....

....

....

....

Exemple 13 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E)\ :\ (7-19x)^2 = -4$

....

....

....

5 Produit en croix

Proposition 5 | *Produit en croix*

Soient a, b, c et d quatre réels avec b et d non nuls. On a :

Preuve

Exemple 14 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{2-x}{3}$.

Exercice 3 ***A faire sur votre cahier*** Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes.

(a) $\dfrac{2x}{3} = \dfrac{3}{7}$ **(b)** $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{1-5x}{3}$ **(c)** $\dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{x}{5}$

6 Equations « quotient nul »

Rappel : ....

Proposition 6 | *Equation quotient nul*

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions dépendantes d'une variable réelle x.

....

En français, ...

....

....

Exemple 15 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\dfrac{2x-5}{x+1} = 0$.

....

....

....

....

....

....

....

....

Remarque — ....

....

....

Exercice 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$, de deux façons différentes, l'équation (E) : $\dfrac{4x-3}{x+1} = \dfrac{3}{2}$.

Exercice 5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{x+2}{x+1}$.

Exercice 6 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

(a) $\dfrac{3x+5}{x-1} = 0$ **(b)** $\dfrac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ **(c)** $\dfrac{x^2-9}{x+3} = 0$ **(d)** $1 - \dfrac{x+3}{x-3} = \dfrac{2}{2-x}$

7 Egalités entre expressions algébriques

Méthode

Pour montrer que deux expressions sont égales :

① ....

....

....

② ....

....

....

Exercice 7 Démontrer que pour tout nombre réel x, on a : $x^2 + 8x + 5 = (x + 4)^2 - 11$.

Exercice 8 Démontrer que : $\dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{2} = 4 \times \dfrac{2}{3} - 3$.

Exercice 9 Démontrer que, pour tout nombre réel x différent de -1, on a :

$$\frac{2x+3}{x+1} = 2 + \frac{1}{x+1}.$$

Exercice 10 Pour tout nombre réel x, on pose : $f(x) = x^2 + x - 12$.

1 — Démontrer que pour tout nombre réel x, on a : $f(x) = (x - 3)(x + 4)$.

2 — Utiliser la forme la plus adaptée de $f(x)$ pour résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

(a) $f(x) = 0$

(b) $f(x) = x^2$

(c) $f(x) = -12$

CHAPITRE 6

Intervalles

1 Symboles d'inégalité

Soient a et b deux nombres réels.

Définition 1 | *Symbole* $<$

Ecrire ....

....

Par exemple, ...

....

....

Définition 2 | *Symbole* $>$

Ecrire ....

....

Par exemple, ...

....

....

Attention

Les notations ....

....

Définition 3 | *Symbole* $\geqslant$

Ecrire ....

....

Par exemple, ...

....

Définition 4 | *Symbole* $\leqslant$

Ecrire ....

....

Par exemple, ...

....

■ **Remarque** — Il arrive parfois que l'on écrive une double inégalité : ....

....

....

2 Intervalles

2.1 Intervalles bornés

Dans toute cette sous-section, a et b désignent deux nombres réels avec $a < b$.

Notation | *Intervalle fermé*

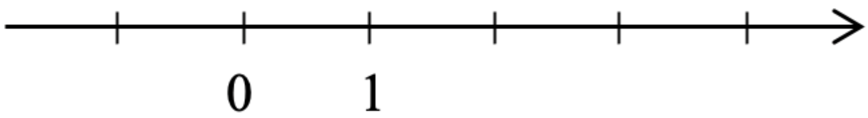
....

....

Remarque —

- ....
- ....
- ....
  ....

Exemple 1 — L'ensemble des réels x tels que $2 \leqslant x \leqslant 4$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



On a : • .... • .... • ....

Notation | *Intervalle ouvert*

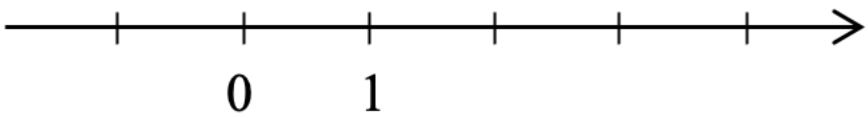
....

....

Remarque — ....

....

Exemple 2 — L'ensemble des réels x tels que $-1 < x < 3$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



On a : • .... • .... • ....

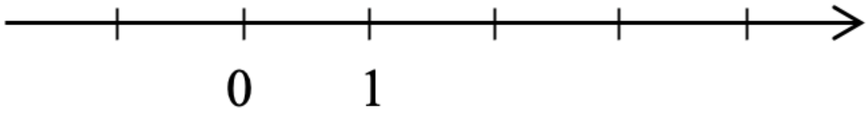
Notation | *Intervalles semi-ouvert / semi-fermé*

- ....

  ....
- ....

  ....

Exemple 3 — L'ensemble des réels x tels que $1 \leqslant x < 4$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



On a : • .... • .... • ....

2.2 Intervalles non bornés

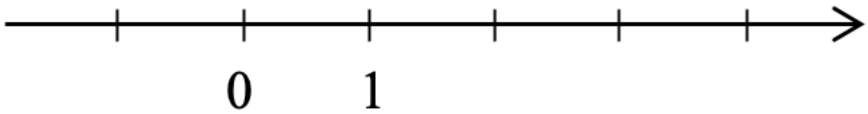
Dans cette sous-section, a désigne un nombre réel.

Notation |

....

....

Exemple 4 — L'ensemble des réels x tels que $x \geqslant 2$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



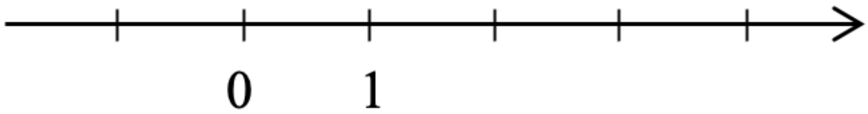
On a : • .... • .... • ....

Notation |

....

....

Exemple 5 — L'ensemble des réels x tels que $x > -1$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



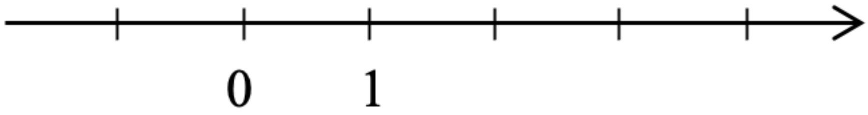
On a : • .... • .... • ....

Notation |

. . . .

. . . .

Exemple 6 — L'ensemble des réels x tels que $x \leqslant 3$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



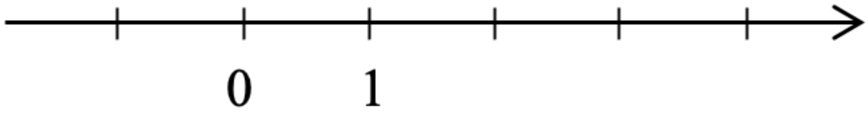
On a : • . . . . • . . . . • . . . .

Notation |

. . . .

. . . .

Exemple 7 — L'ensemble des réels x tels que $x < 2$ est l'intervalle noté :
On peut le représenter ci-dessous sur une droite graduée.



On a : • . . . . • . . . . • . . . .

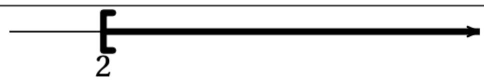
Remarque — L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ . . . .

. . . .

2.3 Résumé

Inégalité	Représentation graphique	Notation	Dénomination
$a \leqslant x \leqslant b$			Intervalle fermé
$a < x < b$			Intervalle ouvert
$a \leqslant x < b$			Intervalle semi-ouvert à droite (ou semi-fermé à gauche)
$a < x \leqslant b$			Intervalle semi-ouvert à droite (ou semi-fermé à gauche)
$x \geqslant a$			Intervalle fermé
$x > a$			Intervalle ouvert
$x \leqslant a$			Intervalle fermé
$x < a$			Intervalle ouvert

Exercice 1 Complétez le tableau suivant :

Inégalités vérifiées par x	Représentation	Notation
$-2 \leqslant x \leqslant 3$		$[-2;3]$
		$]2;6]$
$-2 \leqslant x < 1$		
$0 < x < 4$		
		
$x > 1$		
$x \leqslant 2$		

2.4 Encadrements

Définition 5 | *Encadrement*

Soit a, b et x trois nombres réels. .
On dit que a et b encadrent le réel x si et seulement si :

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

- Le nombre a est appelé ....
- Le nombre b est appelé ....
- Le réel $b - a$ est appelé ....

Exemple 8 — ....

....

2.5 Intersection d'intervalles

Définition 6 | *Ensemble* $I \cap J$

Soient I et J deux intervalles. ....

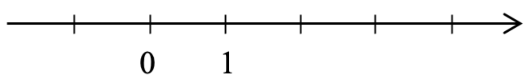
....

....

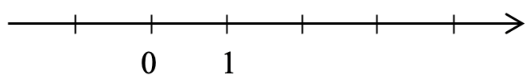
Remarque — $I \cap J$ se lit : ....

Exemple 9 — Déterminer $I \cap J$ dans les deux cas suivants :

$I = [-1; 3]$ et $J =]0; 4[$



$I =]-\infty; 0]$ et $J = [1; 4]$



Remarque — Dans le cas où ....

....

....

2.6 Réunion d'intervalles

Définition 7 | *Ensemble $I \cup J$*

Soient I et J deux intervalles. ....

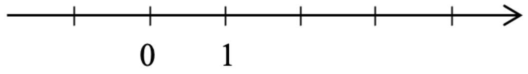
....

....

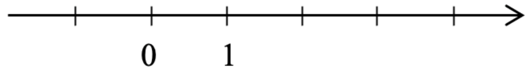
■ **Remarque —** $I \cup J$ se lit : ....

■ **Exemple 10 —** Déterminer $I \cup J$ dans les deux cas suivants :

$I = [-1; 3]$ et $J =]0; 4[$



$I =]-\infty; -1]$ et $J = [1; 4]$



■ **Exercice 2** Représenter les intervalles I et J et donner leur intersection et leur réunion.

I	J	schéma	$I \cap J$	$I \cup J$
$[-4;3]$	$[1;5]$			
$]-\infty;2]$	$[-4;+\infty[$			
$]-\infty;3]$	$]-\infty;5[$			
$]-\infty;7]$	$[7;+\infty[$			
$[-3;+\infty[$	$]-\infty;-3[$			

2.7 Ensembles particuliers

En pratique :

- l'ensemble des réels positifs se note ....
- l'ensemble des réels négatifs se note ....
- l'ensemble des réels non nuls se note ....
- l'ensemble des réels strictement positifs se note ....
- l'ensemble des réels strictement négatifs se note ....

CHAPITRE 7

Ordre dans ℝ.
Inéquations du premier degré.

1 Ordre dans ℝ

1.1 Ordre et comparaison

Comparer deux nombres, ...

....

....

....

Proposition 1 | *Règles de comparaison*

Soient a, b et c trois nombres réels.

Règle n° 1 : ....

....

Règle n° 2 : ....

....

■ **Remarque** — On dit (d'après la **règle n° 2**) que ....

....

A partir de ces règles, peuvent être démontrées les propriétés qui suivent dans ce document.

*Dans la suite, a, b, c et d désignent quatre réels. Les inégalités strictes ($<$ et $>$) peuvent être remplacées par des inégalités larges ($\leqslant$ et $\geqslant$) sauf pour $c > 0$ et $c < 0$ concernant les multiplications et divisions en **Proposition 5** et **Proposition 6**.*

1.2 Ordre et addition

Proposition 2 | *Additionner un même nombre*

On peut ....

....

....

....

Preuve

....

....

....

....

....

Exemple 1 — Si x est un nombre réel vérifiant $x \leqslant 3$, alors ....

....

Proposition 3 | *Soustraire un même nombre*

On peut ....

....

....

....

Preuve

....

....

....

....

Exemple 2 — Si x est un nombre réel vérifiant $x < 7$, alors ....

....

Proposition 4 | *Sommation d'inégalités*

On peut ....

....

....

....

Preuve

....

....

....

....

....

....

Exemple 3 — Soient x et y deux nombres réels vérifiant

$$\begin{cases} x \leqslant 10 \\ y \leqslant -3 \end{cases}$$

alors ....

Exemple 4 — Soient x et y deux nombres réels vérifiant

$$\begin{cases} 1 \leqslant x < 7 \\ -2 \leqslant y < 8 \end{cases}$$

alors ....

Attention

....

....

....

Essayez par exemple avec les inégalités $9 < 10$ et $2 < 5$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

1.3 Ordre et multiplication

Proposition 5 | *Multiplication et division par un réel STRICTEMENT POSITIF*

On peut . . . .

. . . .

. . . .

. . . .

- . . . .
- . . . .

Preuve

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Exemple 5 — Ayant $2 \leqslant 5$, en multipliant chaque membre de l'égalité par 7, on obtient :

. . . .

Exemple 6 — Si x est un nombre réel vérifiant $x > 3$, alors . . . .

. . . .

Proposition 6 | *Multiplication et division par un réel STRICTEMENT NEGATIF*

On peut ....

....

....

....

- ....
- ....

Preuve

....

....

....

....

....

....

Exemple 7 — Ayant $2 \leqslant 5$, en multipliant chaque membre de l'égalité par -3, on obtient :

....

Exemple 8 — Si x est un nombre réel vérifiant $x < 10$, alors ....

....

Exercice 1 ***A faire sur votre cahier d'exercices.***

1 — Sachant que $x \leqslant 2$ et $y \leqslant -5$, que peut-on en déduire pour les expressions suivantes ?

(a) $x+8$ **(b)** $x-3$ **(c)** $3y$ **(d)** $-5x$ **(e)** $x+y$

2 — Sachant que : $-2 < x < 1$ et que $2 < y < 3$, déterminer un encadrement de :

(a) $\dfrac{x+y}{2}$ **(b)** $x+3y$ **(c)** $2x-y$

Exercice 2 ***A faire sur votre cahier d'exercices.***

1 — Montrer que pour tout nombre réel x : si $x \geqslant 1$, alors $x^2 \geqslant x$.
2 — Montrer que pour tout nombre réel x : si $0 < x < 1$, alors $x^2 < x$.
3 — Est-il vrai qu'un nombre réel positif est toujours inférieur égal à son carré ? Justifier.

2 Inéquations du premier degré

2.1 Définition

Définition 1 | *Inéquation*

- Une **inéquation** d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ est ....

  ....

  ....

- **Résoudre** une inéquation, c'est ....

  ....

  ....

Exemple 9 — Soit $(\mathcal{I})$ l'inéquation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$:

$$5x + 1 \geqslant 4x - 2$$

- ....

  ....

- En revanche, ...

  ....

2.2 Inéquations du premier degré

Définition 2 | *Inéquation du premier degré*

Une **inéquation du premier degré** est ....

....

....

....

Pour résoudre une inéquation du premier degré, ...

....

....

Exemple 10 — Résolvons pas-à-pas dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$5x + 1 \geqslant 4x - 2$$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Exemple 11 — Résolvons pas-à-pas dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$3x - 2 < 6x + 5$$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

■ **Exemple 12 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{3}{2}x + 2 \geqslant \frac{6-7x}{5}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

CHAPITRE 8

Valeur absolue

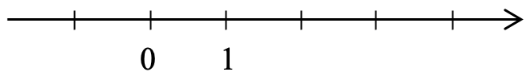
1 Distance entre deux réels

Définition 1 | *Distance*

On appelle **distance** entre deux réels ....

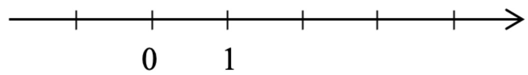
....

La distance entre 1 et 4 est : ......



à savoir : ....

La distance entre 3 et -1 est : ......



à savoir : ....

Plus généralement, la distance entre le réel x et le réel a est : $\begin{cases} \text{si } x < a & : \ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \text{si } x = a & : \ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \text{si } x > a & : \ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

Cette distance entre x et a sera notée ....

On lira : « .... »

2 Valeur absolue d'un nombre réel

2.1 Définition

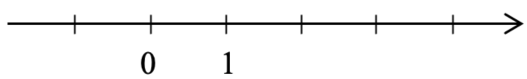
Définition 2 | *Valeur absolue*

On appelle **valeur absolue** d'un nombre réel x ....

....

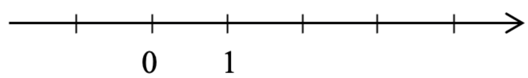
On la note : ....

La valeur absolue de 4, notée $|4|$, est ......



à savoir : ....

La valeur absolue de -2, notée $|-2|$, est ......



à savoir : ....

Plus généralement, on a la proposition suivante :

Proposition 1 | ♥ *Valeur absolue et signe* ♥

La valeur absolue d'un nombre x est

$$|x| = \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

■ **Exemple 1 —** On a

- $|7| =$ ....
- $\left|\frac{3}{4}\right| =$ ....
- $|-\pi| =$ ....
- $|-12| =$ ....

■ **Exercice 1** Déterminer la valeur absolue de $3 - 7$ et de $\sqrt{3} - \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

2.2 Conséquences

① Puisque la valeur absolue d'un nombre est une distance, ...

....

....

② Pour tous nombres réels x et a,

....

....

③ Pour tous nombres réels x et a,

....

....

③ Comparons x et $|x|$ pour tout nombre réel x.

$$\begin{cases} \text{Si } x > 0, \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \text{Si } x = 0, \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \text{Si } x < 0, \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \quad \text{donc : } \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

3 Valeur absolues : équations et inéquations

Méthode

Pour résoudre une équation ou une inéquation mettant en jeu des valeurs absolues :

① ....

② ....

③ ....

3.1 Equation du type $|x-a|=r$

Proposition 2 | *Equation* $|x-a|=r$

Soient a et r deux nombres réels avec $r \geqslant 0$. Considérons l'équation

....

d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

Les solutions sont ....

....

$\mathscr{S} =$

Exemple 2 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$|x-1|=3$$

....
....
....
....
....
....
....
....

Exemple 3 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$|x+3|=4$$

....
....
....
....
....
....
....
....

■ **Exemple 4 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$|2-x| = 3$$

....

....

....

....

....

....

....

....

■ **Exemple 5 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$|28x-12| = -1$$

....

....

....

....

....

....

....

....

3.2 Inéquation du type $|x-a| \leqslant r$

Proposition 3 | *Inéquation* $|x-a| \leqslant r$

Soient a et r deux nombres réels avec $r \geqslant 0$. Considérons l'inéquation

....

d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

Les solutions sont ....

....

$\mathscr{S} =$

■ **Exemple 6 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$(\mathcal{I}) : \ |x-1| \leqslant 4$$

....

....

....

....

....

....

....

....

3.3 Inéquation du type $|x-a| \geqslant r$

Proposition 4 | *Inéquation* $|x-a| \geqslant r$

Soient a et r deux nombres réels avec $r \geqslant 0$. Considérons l'inéquation

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

Les solutions sont ....

....

$$\mathscr{S} =$$

■ **Exemple 7 —** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$(\mathcal{I}) : \ |x+2| > 3$$

....

....

....

....

....

....

....

....

4 Quelques propriétés

Cette section vise à fournir de nouvelles propriétés (hors programme pour la plupart, mais pas inutiles) concernant les valeurs absolues.

Proposition 5 | *Valeurs absolues et carrés*

Pour tout nombre réel x, on a $|x|^2 =$ ......

Preuve

On raisonne par **disjonction de cas**.

....

....

....

....

....

....

....

....

Proposition 6 | *Egalités entre valeurs absolues*

Soient x et y deux nombres réels. On a :

....

Autrement dit, ...

....

Preuve

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Cette proposition est utilisée pour la résolution de nouveaux types d'équations.

Exemple 8 — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(E):\ |2x-1| = |x+3|$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Proposition 7 | *Racines carrées et valeur absolue*

Pour tout nombre réel x, on a $\sqrt{x^2} = \ \ldots\ldots$

Preuve

....

....

....

....

....

. . . .

. . . .

■ **Exemple 9 —** On a $\sqrt{(-5)^2} =$ . . . .

. . . .